Series A6BAB/C

Set No. 3

प्रश्न-पत्र कोड
Q.P. Code **65/6/3**

अनुक्रमांक
Roll No.

परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें ।
Candidates must write the Q.P. Code on the title page of the answer-book.

- *कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ **7** हैं ।*
- *प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए प्रश्न-पत्र कोड को परीक्षार्थी उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें ।*
- *कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में **14** प्रश्न हैं ।*
- ***कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें ।***
- *इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है । प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा । 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे ।*
- *Please check that this question paper contains **7** printed pages.*
- *Q.P. Code given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.*
- *Please check that this question paper contains **14** questions.*
- ***Please write down the serial number of the question in the answer-book before attempting it.***
- *15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.*

गणित
MATHEMATICS

निर्धारित समय : 2 घण्टे | *अधिकतम अंक : 40*

Time allowed : 2 hours | *Maximum Marks : 40*

सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख़्ती से पालन कीजिए :

(i) *इस प्रश्न-पत्र के **तीन** खण्ड हैं – **खण्ड क, ख** तथा **ग** ।*

(ii) *प्रत्येक खण्ड **अनिवार्य** है ।*

(iii) ***खण्ड क** में **6** लघु उत्तर I प्रकार के प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के **2** अंक हैं ।*

(iv) ***खण्ड ख** में **4** लघु उत्तर II प्रकार के प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के **3** अंक हैं ।*

(v) ***खण्ड ग** में **4** दीर्घ-उत्तरीय प्रकार के प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के **4** अंक हैं ।*

(vi) *कुछ प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिया गया है ।*

(vii) *प्रश्न सं. **14** एक प्रकरण-अध्ययन आधारित प्रश्न है जिसमें दो भाग हैं । प्रत्येक भाग के **2** अंक हैं ।*

खण्ड क

*प्रश्न संख्या **1** से **6** तक प्रत्येक प्रश्न के **2** अंक हैं ।*

1. यदि $\vec{a}$, $\vec{b}$ तथा $\vec{c}$ ऐसे मात्रक सदिश हैं कि $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ है, तो $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$ का मान ज्ञात कीजिए । *2*

2. (क) अवकल समीकरण

$$x \cos y \, dy = (x \log x + 1) \, e^x \, dx$$

का व्यापक हल ज्ञात कीजिए । *2*

अथवा

(ख) यदि a और b क्रमशः अवकल समीकरण

$$x\left[y\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + x\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - \frac{y}{x}\frac{dy}{dx}\right] = 0$$

की कोटि व घात को दर्शाते हों, तो $(2a - 3b)$ का मान ज्ञात कीजिए । *2*

3. मान ज्ञात कीजिए : *2*

$$\int_1^2 \log\left(\frac{3}{x} - 1\right) dx$$

4. यदि $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$, $\vec{b} = -\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$ और $\vec{c} = -\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ तीन सदिश हैं, तो सदिशों $(\vec{a} + \vec{b})$ और $(\vec{b} - \vec{c})$ दोनों के लम्बवत् एक सदिश ज्ञात कीजिए । *2*

General Instructions :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

(i) *This question paper contains **three** sections – **Section A, B** and **C**.*

(ii) *Each section is **compulsory**.*

(iii) ***Section A** has **6** short answer type I questions of **2** marks each.*

(iv) ***Section B** has **4** short answer type II questions of **3** marks each.*

(v) ***Section C** has **4** long answer type questions of **4** marks each.*

(vi) *There is an internal choice in some questions.*

(vii) *Question no. **14** is a case-study based question with 2 sub-parts of **2** marks each.*

SECTION A

*Question numbers **1** to **6** carry **2** marks each.*

1. If $\vec{a}$, $\vec{b}$ and $\vec{c}$ are unit vectors such that $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$, then find the value of $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$. *2*

2. (a) Find the general solution of the differential equation

$$x \cos y \, dy = (x \log x + 1) \, e^x \, dx.$$ *2*

OR

(b) Find the value of (2a – 3b), if a and b represent respectively the order and the degree of the differential equation

$$x\left[y\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + x\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - \frac{y}{x}\frac{dy}{dx}\right] = 0.$$ *2*

3. Evaluate : *2*

$$\int_1^2 \log\left(\frac{3}{x} - 1\right) dx$$

4. If $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$, $\vec{b} = -\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$ and $\vec{c} = -\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ are three vectors, then find a vector perpendicular to both the vectors $(\vec{a} + \vec{b})$ and $(\vec{b} - \vec{c})$. *2*

5. एक थैले में 4 सफेद और 5 काली गेंदें हैं । दूसरे थैले में 6 सफेद और 7 काली गेंदें हैं । पहले थैले से एक गेंद यादृच्छया निकाल कर दूसरे थैले में डाली जाती है और फिर दूसरे थैले से एक गेंद यादृच्छया निकाली जाती है । प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि निकाली गई गेंद सफेद है । *2*

6. एक थैले में 1 से 25 तक संख्यांकित कार्ड हैं । एक के बाद एक, बिना प्रतिस्थापना के, यादृच्छया दो कार्ड निकाले जाते हैं । प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि प्रत्येक कार्ड पर संख्या 7 का गुणज हो । *2*

खण्ड ख

*प्रश्न संख्या **7** से **10** तक प्रत्येक प्रश्न के **3** अंक हैं ।*

7. बिन्दु (3, 4, 5) की उस बिन्दु से दूरी, जहाँ रेखा $\frac{x-3}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-5}{2}$ और समतल $x + y + z = 17$ मिलते हैं, ज्ञात कीजिए । *3*

8. (क) निम्नलिखित समांतर रेखाओं के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए : *3*

$$\vec{r} = (2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) + \lambda(\hat{i} + \hat{j} - \hat{k})$$

$$\vec{r} = (\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}) + \mu(\hat{i} + \hat{j} - \hat{k})$$

अथवा

(ख) बिन्दुओं (– 1, 1, – 8) और (5, – 2, 10) से गुज़रने वाली रेखा ZX-समतल को जिस बिन्दु पर काटती है, उसके निर्देशांक ज्ञात कीजिए । *3*

9. (क) क्षेत्र $\{(x, y) : x^2 + y^2 \le 9,\ x + y \ge 3\}$ का समाकलन विधि से क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए । *3*

अथवा

(ख) समाकलन विधि से, परवलय $y^2 = 4x$, रेखाओं $x = 0$ और $x = 3$ तथा x-अक्ष के बीच घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए । *3*

10. ज्ञात कीजिए : *3*

$$\int \sin 2x \sin 3x \, dx$$

5. One bag contains 4 white and 5 black balls. Another bag contains 6 white and 7 black balls. A ball, drawn at random, is transferred from the first bag to the second bag and then a ball is drawn at random from the second bag. Find the probability that the ball drawn is white. *2*

6. A bag contains cards numbered 1 to 25. Two cards are drawn at random, one after the other, without replacement. Find the probability that the number on each card is a multiple of 7. *2*

SECTION B

*Question numbers **7 to 10** carry **3** marks each.*

7. Find the distance between the point (3, 4, 5) and the point where the line $\frac{x-3}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-5}{2}$ meets the plane $x + y + z = 17$. *3*

8. (a) Find the distance between the following parallel lines : *3*

$$\vec{r} = (2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) + \lambda(\hat{i} + \hat{j} - \hat{k})$$

$$\vec{r} = (\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}) + \mu(\hat{i} + \hat{j} - \hat{k})$$

OR

(b) Find the coordinates of the point where the line through the points $(-1, 1, -8)$ and $(5, -2, 10)$ crosses the ZX-plane. *3*

9. (a) Find the area of the region $\{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 9,\ x + y \geq 3\}$, using integration. *3*

OR

(b) Using integration, find the area of the region bounded by the parabola $y^2 = 4x$, the lines $x = 0$ and $x = 3$ and the x-axis. *3*

10. Find : *3*

$$\int \sin 2x \sin 3x \, dx$$

खण्ड ग

*प्रश्न संख्या **11** से **14** तक प्रत्येक प्रश्न के **4** अंक हैं ।*

11. (क) ज्ञात कीजिए : *4*

$$\int \cos x \, . \tan^{-1}(\sin x)\, dx$$

अथवा

(ख) ज्ञात कीजिए : *4*

$$\int \frac{e^x}{(e^x+1)(e^x+3)}\, dx$$

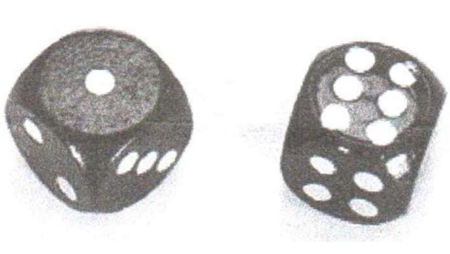
12. अवकल समीकरण $(1+x^2)\frac{dy}{dx} + 2xy = \tan x$, दिया गया है कि $y(0) = 1$, का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए । *4*

13. समतलों $\vec{r}\,.(2\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}) = 7$ और $\vec{r}\,.(2\hat{i} + 5\hat{j} + 3\hat{k}) = 9$ की प्रतिच्छेदन रेखा को अंतर्विष्ट करने वाले और बिन्दु (2, 1, 3) से गुज़रने वाले समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए । *4*

प्रकरण-अध्ययन आधारित प्रश्न

14. एक पक्षपाती (biased) पासा उछाला जाता है और उसके फलकों पर विभिन्न संख्याओं के प्रकट होने की प्रायिकताएँ निम्न हैं :

फलक	1	2	3	4	5	6
प्रायिकता	0·1	0·24	0·19	0·18	0·15	K



उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(क) K का मान क्या है ? *2*

(ख) यदि पासे का फलक सम संख्या दर्शाता है, तो इसके फलक पर 2 या 4 के होने की प्रायिकता क्या है ? *2*

SECTION C

*Question numbers **11** to **14** carry **4** marks each.*

11. (a) Find : *4*

$$\int \cos x \, . \, \tan^{-1}(\sin x)\, dx$$

OR

(b) Find : *4*

$$\int \frac{e^x}{(e^x + 1)(e^x + 3)} dx$$

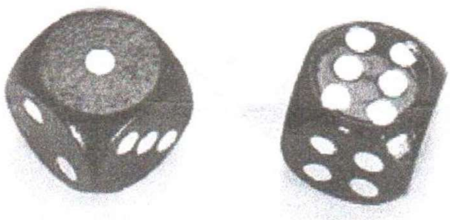
12. Find the particular solution of the differential equation $(1 + x^2)\frac{dy}{dx} + 2xy = \tan x$, given $y(0) = 1$. *4*

13. Find the equation of the plane passing through the intersection of the planes $\vec{r} \, . \, (2\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}) = 7$ and $\vec{r} \, . \, (2\hat{i} + 5\hat{j} + 3\hat{k}) = 9$ and through the point (2, 1, 3). *4*

Case-Study Based Question

14. A biased die is tossed and respective probabilities for various faces to turn up are the following :

Face	1	2	3	4	5	6
Probability	0·1	0·24	0·19	0·18	0·15	K



Based on the above information, answer the following questions :

(a) What is the value of K ? *2*

(b) If a face showing an even number has turned up, then what is the probability that it is the face with 2 or 4 ? *2*